

О МАТЕМАТИКЕ

ПРОБЛЕМЫ ПРЕПОДАВАНИЯ



ЗНАК
МОСКВА
2012

УДК 50
ББК 22.1
О 11

*Издано при финансовой поддержке
Федерального агентства по печати и массовым коммуникациям
в рамках Федеральной целевой программы «Культура России»*

*При подготовке книги активное участие принимали:
А. В. Архангельский, Л. Т. Веденъев, М. И. Лившиц, В. Ф. Пахомов,
О. К. Раздуваева (Архангельская), А. И. Рубинштейн, Ю. Н. Черемных.*

О 11 О математике: Проблемы преподавания / Сост., редакторы: А. Д. Ярцева, А. В. Чернавский. — М.: Знак, 2012. — 368 с.

ISBN 978-5-9551-0605-2

Сборник подготовлен математиками, среди которых академик В. И. Арнольд, хорошо известные в этой области имена И. Ф. Шарыгина, Н. Н. Константинова, В. М. Тихомирова, А. Л. Семенова и др. Авторы не стремились к какой-либо унификации воззрений. Им было важно представить точки зрения участников так, как они сложились в их многолетней научной и преподавательской деятельности. Сборник предназначен для самого широкого круга читателей.

ББК 22.1

Электронная версия данного издания является собственностью издательства, и ее распространение без согласия издательства запрещается.

ISBN 978-5-9551-0605-2

© Издательство «Знак», 2012

© Авторы, 2012

СОДЕРЖАНИЕ

АФОРИЗМЫ УЧАСТНИКОВ	7
ПРЕДИСЛОВИЕ	9
ВВЕДЕНИЕ	11
1. <i>ТИХОМИРОВ Владимир Михайлович</i> ЗАМЕТКИ О МАТЕМАТИЧЕСКОМ ОБРАЗОВАНИИ	13
2. <i>АРНОЛЬД Владимир Игоревич</i> ПЕРЕОРИЕНТАЦИЯ НАУКИ НА «ПРИКЛАДНЫЕ ИССЛЕДОВАНИЯ» ПРИВЕДЕТ К СНИЖЕНИЮ ИНТЕЛЛЕКТУАЛЬНОГО УРОВНЯ СТРАНЫ	19
3. <i>СЕМЕНОВ Алексей Львович</i> ПЕРСПЕКТИВЫ ШКОЛЬНОЙ МАТЕМАТИКИ В РОССИИ	31
4. <i>ЛИВШИЦ Михаил Исаакович</i> МАТЕМАТИКА И ОБРАЗОВАНИЕ	40
5. <i>ВЕДЕНЬЕВ Леонид Тимофеевич</i> ВЕЧНАЯ ГОСТЬЯ ИЗ БУДУЩЕГО	49
6. <i>КУЗИЧЕВА (ЛЕВАШОВА) Зинаида Андреевна</i> ИЗ ИСТОРИИ СИСТЕМЫ ОБРАЗОВАНИЯ В РОССИИ	52
7. <i>РУБИНШТЕЙН Александр Иосифович</i> О ЧЕМ МЫ СТРАСТНО ГОВОРИМ И ПИШЕМ...	57
8. <i>ПАХОМОВ Валерий Федорович</i> О РЕФОРМЕ ОБРАЗОВАНИЯ В РОССИИ	69
9. ВЫСТУПЛЕНИЕ АКАДЕМИКА В. И. АРНОЛЬДА НА ПАРЛАМЕНТСКИХ СЛУШАНИЯХ В ГОСУДАРСТВЕННОЙ ДУМЕ 23 ОКТЯБРЯ 2002 ГОДА	96
10. <i>АРХАНГЕЛЬСКИЙ Александр Владимирович</i> НЕКОТОРЫЕ ПРИНЦИПЫ ПРЕПОДАВАНИЯ МАТЕМАТИКИ	101
11. <i>КУЗИЧЕВ Александр Сергеевич, Кузичева Каролина Карловна</i> НЕКОТОРЫЕ РАЗМЫШЛЕНИЯ О ПРОБЛЕМАХ МАТЕМАТИЧЕСКОГО ОБРАЗОВАНИЯ...	115

12. <i>Чернавский Алексей Викторович</i> Зачем математика в школе	118
13. <i>Мищенко Александр Сергеевич</i> Подготовка учителей в педагогических институтах.	128
14. <i>Белова (Ярцева) Алла Дмитриевна</i> Трудно заинтересовать трудных подростков трудной наукой.	137
15. <i>Арнольд Владимир Игоревич</i> Математическое понимание природы	154
16. <i>Полякова Варвара Михайловна</i> Насущность математики	161
17. <i>Салихов Николай Павлович</i> Размышления о преподавании математики	168
18. <i>Чернышева Ирина Борисовна</i> Преподаем математику	172
19. <i>Шириков Вячеслав Павлович</i> Возможностей для эффективного обучения стало существенно больше...	183
20. <i>Бородина (Луговцова) Алла Ивановна</i> Математика, информатика, обучение и воспитание	185
21. <i>Скороходова (Панкина) Галина Владимировна</i> Математика в игре. Раннее развитие ребенка	194
22. <i>Арнольд Владимир Игоревич</i> Что такое арифметика?	203
23. <i>Константинов Николай Николаевич</i> Олимпиады и эволюция педагогики	207
24. <i>Шарыгин Игорь Федорович</i> Рассуждения о концепции школьной геометрии	214
25. <i>Харшиладзе Александр Филиппович</i> Математика в школе	268
26. <i>Винберг Эрнест Борисович</i> О концепции учебника геометрии А. В. Погорелова.	279
27. <i>Черемных Юрий Николаевич</i> Математические дисциплины в системе подготовки студентов-экономистов.	287

28. <i>Казанджан Эммиль Погосович</i> НЕКОТОРЫЕ АСПЕКТЫ СОВРЕМЕННОГО ПРЕПОДАВАНИЯ МАТЕМАТИЧЕСКОГО АНАЛИЗА ВО ВТУЗЕ	295
29. <i>Шикин Евгений Викторович, Шикина Гузель Евгеньевна</i> О ЕСТЕСТВЕННОСТИ ПРЕПОДАВАНИЯ МАТЕМАТИКИ СУГУБЫМ ГУМАНИТАРИЯМ. ВЗГЛЯД С ВОРОБЬЕВЫХ ГОР.	311
30. <i>Лексин Владимир Павлович</i> ОБ ОДНОЙ СЕЛЬСКОЙ ШКОЛЕ В ОДНОМ РАЙОНЕ (ЛИЧНЫЕ НАБЛЮДЕНИЯ)	320
31. <i>Кочетков Евгений Семенович</i> ЕГЭ: МЫСЛИ ВСЛУХ	331
32. <i>Смирнов Владимир Алексеевич</i> О ПОДГОТОВКЕ УЧИТЕЛЕЙ МАТЕМАТИКИ В МОСКОВСКОМ ПЕДАГОГИЧЕСКОМ ГОСУДАРСТВЕННОМ УНИВЕРСИТЕТЕ.	340
33. <i>Белоусов Станислав Георгиевич</i> О ЕГЭ. О МЕСТЕ МАТЕМАТИКИ В СИСТЕМЕ ОБРАЗОВАНИЯ	345
34. <i>Каширский Юрий Всеволодович</i> ЕГЭ.	349
35. <i>Беляева Маргарита Анатольевна, Иванова Галина Петровна</i> ПРЕРВАЛАСЬ СВЯЗЬ ВРЕМЕН И ПОКОЛЕНИЙ.	350
36. <i>Керимова (Мансурова) Диляра Хабировна, Красовская Ирина Александровна</i> СТОИТ ЛИ ОБСУЖДАТЬ?	353
37. <i>Волгин Валентин Федорович</i> ОПЫТ ПРЕДЫДУЩИХ ПОКОЛЕНИЙ ДОЛЖЕН БЫТЬ ВОСПРИНЯТ И ИСПОЛЬЗОВАН	356
38. <i>Ботина Мальвина Алексеевна</i> МЫ — МАТЕМАТИКИ.	361

АФОРИЗМЫ УЧАСТНИКОВ

Математическое образование должно составлять неотъемлемую часть культурного багажа каждого.

Владимир Арнольд

Наш курс учился на мехмате МГУ в период (1954—1959 г.г.), когда математика и математики были востребованы со стороны общества благодаря, с одной стороны, высокому уровню получаемых научных результатов, и, с другой стороны, многим успешно решенным прикладным задачам, в том числе связанным с оборонной проблематикой. ... Практически все доклады отечественных математиков были событиями на международных математических конгрессах и конференциях.

Юрий Черемных

Само бескорыстное стремление овладеть математическими знаниями поднимает человека на более высокий уровень... Математика — это обширное семейство наук, имеющих «общий корень». Но, окончив факультет, каждый способен взяться за работу в любой области математики, даже... которую он ранее не изучал...

Алексей Рыбников

Польский математик Гуно Штейнгаус рекомендовал: «Если по интересующей тебя проблеме нет под рукой специалистов, найми математика». А я говорю: «Но даже если есть специалист, найми, на всякий случай, математика».

Юрий Оревков

На мехмате, сообразно способностям, можно получить либо математическое образование, либо математическое воспитание.

Михаил Панкратов

Наше «математическое самомнение» основывается на уникальности полученного нами математического образования, на общении с нашими учителями, сначала как с естественными атрибутами под-

ростковой жизни, и потом как с людьми, одарившими нас осознанной гордостью за приобщение к бесценному.

Михаил Лившиц

Математика — важнейшая наука, созданная нашей цивилизацией и сопровождающая ее на всех этапах развития. Вся современная наука — физика и химия, биология и экономика, лингвистика и социология — строятся по математическим законам. Путь в современную науку и технику, просто в современную жизнь лежит через математику.

Игорь Шарыгин

ПРЕДИСЛОВИЕ

когда мы говорим *об образовании*, то подразумеваем строй мысли, который, питаясь знанием и пониманием всех доступных человеку интеллектуальных и нравственных устремлений, гармонически преобразует восприятие и характер отдельной личности или целого народа.

Вильгельм фон Гумбольдт

Это издание является несколько дополненным переизданием сборника, выпущенного в 2009 году группой математиков, в основном выпускников мехмата МГУ 1959 года и некоторых своих друзей. Мы переиздаем сборник без его осовременивания, не потому, что ситуация с преподаванием математики и не только ее мало изменилась, а потому, что она изменяется катастрофически и нужны не столько слова, сколько действия, чтобы остановить губительное разрушение системы образования, построенной ценой огромных усилий, реализующей идеи мировой педагогики нескольких столетий, построенной с такой полнотой впервые в нашей стране. Эти идеи разрушаются случайными людьми, бесцеремонно пишущими программы, что называется с кондачка, без какой-либо попытки их научного обоснования, не говоря о серьезном обсуждении. Приходится думать, что все эти современные квазиреформы, ЕГЭ и «стандарты» и проч. — всего лишь дымовая завеса для реализации под их прикрытием одной идеи — коммерциализации образования и через это окончательное расслоение общества на тех, кому доступны «блага цивилизации», и тех, кто лишь должен это обеспечить успевшим поживиться на ограблении страны.

Интеллигенция должна вспомнить свое назначение, должна помнить, что ОБРАЗОВАНИЕ НАРОДА ее жизненная задача.

А. В. Чернавский

ВВЕДЕНИЕ

Этот сборник четвертый в серии, подготовленной нами, выпускниками механико-математического факультета МГУ 1959 года, под общим названием «Мы математики с Ленинских гор»¹. Мы пригласили участвовать в нем также некоторых наших друзей — мехматян других выпусков.

Основной темой сборника служит преподавание математики на всех уровнях, но мы старались осветить и другие вопросы: математика в нашей работе, ее воспитательное значение: философские, эстетические, этические аспекты.

За прошедшие 50 лет каждому из нас приходилось преподавать в большей или меньшей степени. Многие преподавали и преподают на нашем родном факультете — мехмате (см. список в конце тома), есть среди нас преподаватели технических и гуманитарных вузов, математических школ, иностранных университетов, мы на практике знакомы со школьным, средним специальным и даже с дошкольным преподаванием математики. Мы также с гордостью помним, что нас обучали математике такие Учителя, как Андрей Николаевич Колмогоров, Иван Георгиевич Петровский, Павел Сергеевич Александров и другие замечательные математики, донесшие до нас традиции знаменитой Лузитании и в целом русской математической культуры.

Мы сочли своим долгом высказаться по проблемам математического образования, в первую очередь имея в виду его современное состояние, которое трудно характеризовать иначе, как очень тяжелое.

В этом томе преследуются две цели. С одной стороны, нам казалось полезным и интересным представить разнообразие точек зрения

¹ Том 1 (2003 г.) был посвящен 250-летию Московского университета и 70-летию механико-математического факультета, том 2 (2005) посвящен 60-летию Победы и нашим родителям, том 3 (2007) — 300-летию юбилею М. В. Ломоносова. Все три тома составляли разнообразные воспоминания авторов о своей жизни, трудовой деятельности, учителях, родителях, друзьях.

на этот предмет профессионалов, имеющих полувековой опыт работы. С другой стороны, мы не считали возможным для себя остаться в стороне от обсуждения современного реформаторства в области образования вообще и математического в особенности, реформаторства, которое мало кто не считает губительным для всей системы образования в нашей стране.

Мы не стремились к какой-либо унификации наших воззрений. Нам было важно представить точки зрения участников так, как они сложились в их многолетней деятельности. Хотелось бы, чтобы они были услышаны и чтобы это послужило поводом для дальнейших дискуссий.

А. В. Архангельский, А. В. Чернавский

Тихомиров Владимир Михайлович

*доктор физико-математических наук,
профессор, заведующий кафедрой
общих проблем управления
мехмата МГУ,
заслуженный профессор МГУ*



ЗАМЕТКИ О МАТЕМАТИЧЕСКОМ ОБРАЗОВАНИИ

Летом 1956 года в Женеве состоялась XIX международная конференция по народному просвещению. Проводились эти конференции Организацией Объединенных Наций по просвещению, науке и культуре (ЮНЕСКО) совместно с Международным бюро по просвещению.

Конференция приняла «Рекомендацию конференции Министерств народного просвещения, относящуюся к преподаванию математики в средних школах». Это (с моей точки зрения) замечательный документ, и я хочу процитировать три фразы из этой «Рекомендации».

Первая фраза такая: *«Математическое образование есть благо, на которое имеет право каждое человеческое существо, каковы бы ни были его национальность, пол, положение и деятельность».*

Вот вторая фраза: *«Математика и свойственный ей стиль мышления должны рассматриваться как существенный элемент общей*

культуры современного человека, даже если он не занимается деятельностью в области точных наук или техники; обучение математике должно приводить учащихся к пониманию роли, которую математика играет в научной и философской концепции современного мира».

И наконец: «Преподаватель математики должен пользоваться в современном обществе уважением и положением, на которое ему дают право научное образование и миссия воспитателя».

Вот что следует из этих рекомендаций.

Человек в этом мире принадлежит по меньшей мере трем «сферам». Первая из них — это он сам, как личность, как «дитя человеческое»; вторая — это страна его рождения, воспитания и обитания (речь далее пойдет о тех, у кого эти три страны совпадают), третья — это все человечество. И каждый элемент этой тройки несет ответственность перед всеми тремя.

Обсудим некоторые связующие звенья.

Математика, Человек, Государство

Человек несет ответственность перед самим собой, и он должен осознавать, что *может рассчитывать на необходимое ему математическое образование, как на благо, на которое он имеет право*. При этом было бы хорошо, если бы человек осознавал, что математика нужна не только для прагматических целей, но и как «существенный элемент общей культуры современного человека».

Однако личность не всегда может воспринять это без посторонней помощи, а эту помощь должны оказывать не только родители и учителя, но и государство. Государство прежде всего должно *осознавать свою ответственность за то, чтобы каждая личность могла воспользоваться вышеназванным благом*, т. е. получить нужное ему математическое образование. До такого осознания у нас в стране еще очень далеко, и долг математиков *склонять лидеров государства и государственных чиновников к пониманию ими этого долга*.

Математика, Страна, Государство

Случалось, что государственные лидеры понимали важность математики для реализации государственных целей. М. В. Ломоносов удостоил Петра Великого щедрого комплимента за его прозорливость, за то, что тот заложил основы математического образования в России.

Петр «усмотрел тогда ясно, — писал Ломоносов, — что ни полков, ни городов надежно укрепить, ни кораблей построить и безопасно пустить в море [невозможно], не употребляя математики».

1701 г. ознаменовался указом Петра I об открытии первой математико-навигационной школы (где учителем был автор первого математического учебника — знаменитой «Арифметики» — Л. Ф. Магницкий).

Непохоже, что современные лидеры нашего государства и государственные чиновники различных рангов хорошо понимают роль математики для блага нашей страны. *Надо подумать о создании общественной организации, сходной с ЮНЕСКО, — Российской организации по просвещению, науке и культуре*, которая после обсуждений могла бы давать рекомендации Министерству образования, науки, культуры и другим государственным учреждениям, которые связаны с культурой. Но математики могут отдельно обдумать вопрос о *секции такой организации*, так сказать, *Ассоциации преподавателей математики* для эффективного диалога с государственными структурами по проблемам математического образования.

И разумеется, надо постоянно внушать государственным лидерам, то, что рекомендует ЮНЕСКО: что *преподаватель математики должен пользоваться в нашем обществе уважением и положением, на которое ему дают право научное образование и миссия воспитателя*.

Образование и Свобода

С моей точки зрения, в цивилизованном обществе должен соблюдаться *принцип свободы*. В применении к математическому образованию это значит, что человек имеет право получить то образование, которое ему нужно. Это очень деликатная тема. Трудно что-то придумать иное, как на некоем начальном уровне учить всех одинаково, в частности началам математики. Это удел начальной школы. А затем, по-видимому, должны выделяться специализированные школы (математические, естественно-научные и гуманитарные) с различной дозировкой математики. Их организация и наполнение содержанием образования должны быть продуманы и мотивированы.

Надо внушить нашим руководителям, что образование человека базируется на языке, литературе, истории и *математике*. Кант сказал: «Я утверждаю, что в каждой отдельной естественной науке можно найти собственно науку лишь постольку, поскольку в ней можно найти математику». Сейчас можно расширить тезис Канта: *метод*